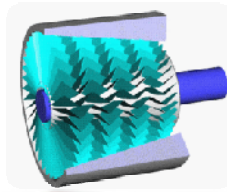


# TURBOMÁQUINAS TÉRMICAS

---

## *Compresores Axiales*



**Prof. Miguel ASUAJE**

*Marzo 2012*

## Contenido

---

- ★ **Compresores Axiales**
  - ★ Introducción
  - ★ Etapa de un compresor
  - ★ Triángulo de Velocidades
  - ★ Cambio de propiedades en un compresor
  - ★ La Difusión
    - ★ Estudio
    - ★ Angulo de Incidencia
    - ★ Perfiles
  - ★ Análisis de la Etapa
  - ★ Diagrama h-s o Diagrama de Mollier
    - ★ Trabajo Específico
    - ★ Incremento de Temperatura en la Etapa
    - ★ Eficiencia Adiabática de una Etapa
  - ★ Pérdidas en la Etapa

## Contenido

---

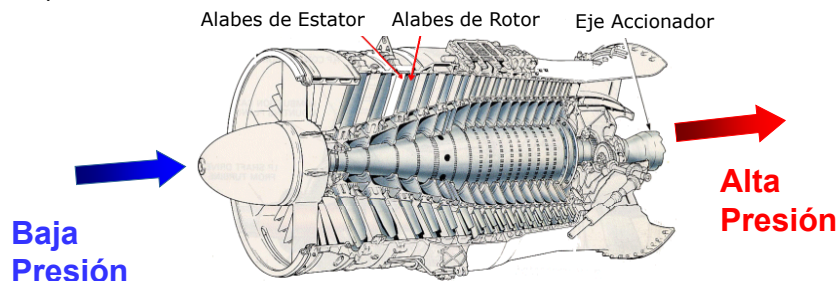
### ★ **Compresores Axiales**

- ★ Grado de Reacción
- ★ Carga de la etapa
- ★ Funcionamiento fuera del punto de operación
- ★ Relación de Compresión de Varias etapas
- ★ Pérdidas en una Etapa y Rendimiento

## Introducción

---

El compresor es una máquina que sirve para hacer ganar una energía a un fluido compresible, generalmente bajo la forma de presión



**Los propósitos básicos de un compresor son:**

- Aumentar la presión
- Entregar un flujo másico o volumétrico.

# Introducción

---

- ❑ Los primeros compresores axiales utilizados fueron turbinas con sentido de giro inverso...

→ Ofrecía eficiencias menores a 40% para máquinas de gran relación de compresión.

*La razón de esta baja eficiencia es lo que hoy se conoce como Stall. Para entonces, los compresores centrífugos poseían una eficiencia del 80-90%.*

- ❑ Luego de los estudios y pruebas de A. A. Griffit (1926) en compresores axiales...

→ Se alcanzaron eficiencias cercanas a 90% para bajas relaciones de compresión.

*Fluidodinámica del proceso de compresión de flujo*

≠

*Fluidodinámica asociada al proceso de expansión en turbinas*

# Introducción

---

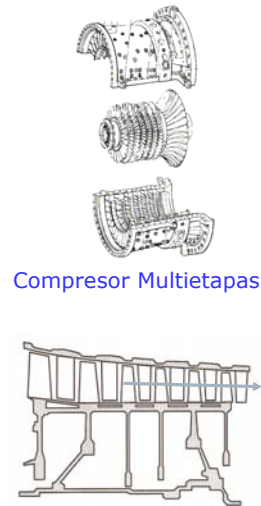
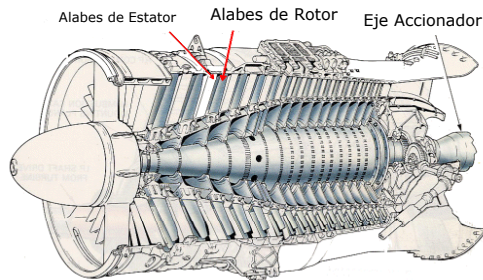
- ❑ Al acelerar bruscamente un flujo como es el caso de las turbinas axiales existe una pequeña variación en la presión de estancamiento.

- No ocurre lo mismo para el caso de una desaceleración brusca, ya que existirá un fuerte desprendimiento que se traducirá en grandes pérdidas de energía.

- ❑ Por esta razón → limitaciones para los compresores axiales como etapas de baja relación de compresión para lograr un gran rendimiento

- Compresor axial → máquina que necesita gran número de etapas para poseer gran eficiencia

# Los Compresores



# Introducción

Los compresores convierten la energía cinética en presión principalmente por medios aerodinámicos, en contraste con las turbinas axiales en las que sus rejillas de álabes actúan como aceleradores de flujo. Es por esta causa que los álabes de las turbinas son más estables en términos aerodinámicos que los de los compresores y por lo tanto las turbinas más fáciles de diseñar.

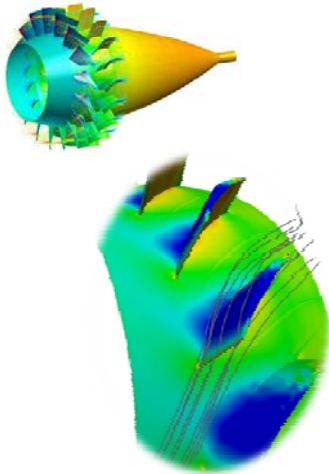


*Álabes de Turbina Axial*



*Álabes de Compresor Axial*

## Premisas en el estudio de un Compresor Axial

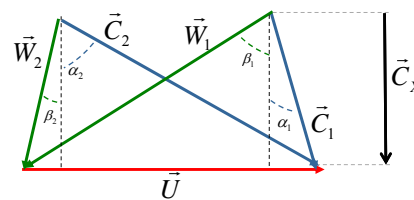


- La velocidad en la dirección radial es igual a cero
- Se estudian en el plano medio del álabe (representativo de la etapa)
  - o Si la relación de envergadura respecto a la cuerda no es grande
- Flujo en régimen permanente, "incompresible", infinito número de álabes
- La velocidad axial  $C_x$  permanece constante en el paso de una etapa a otra
- Etapa Normal

## Etapa Normal de un Compresor Axial

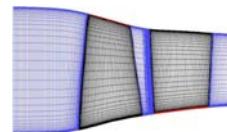
En una etapa normal las velocidades absolutas a la entrada y de salida son iguales en magnitud y en dirección

$$\vec{C}_1 = \vec{C}_3 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3$$



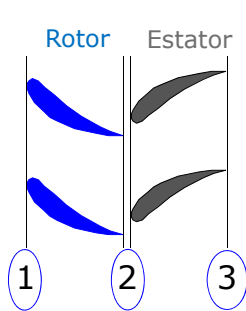
**Por continuidad**  $\rightarrow$   $\rho_1 \cdot A_1 \cdot C_{x1} \approx \rho_2 \cdot A_2 \cdot C_{x2} \approx \rho_3 \cdot A_3 \cdot C_{x3}$   
 $\rho_1 \cdot A_1 \approx \rho_2 \cdot A_2 \approx \rho_3 \cdot A_3$

Como sabemos en las TMT las densidades en cada una de las etapas cambia, por lo tanto, la ALTURA de los álabes en cada etapa debe disminuir gradualmente para compensar el aumento de densidad y compensar la ecuación de continuidad!!!



## Etapa de un Compresor Axial

Primero, debemos saber que :



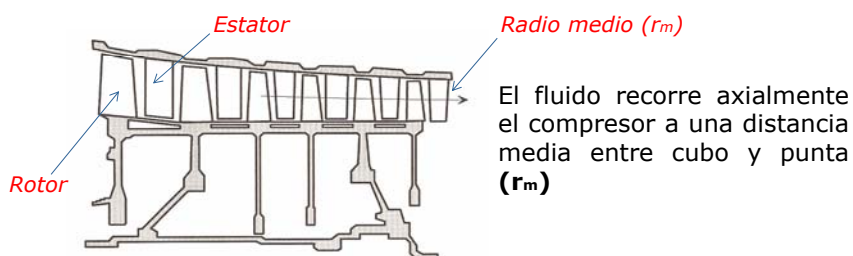
La etapa de un compresor está compuesta por un estator y un rotor

- 1 Entrada al rotor
- 2 Salida del rotor y entrada al estator
- 3 Salida del estator

## Etapa de un Compresor Axial

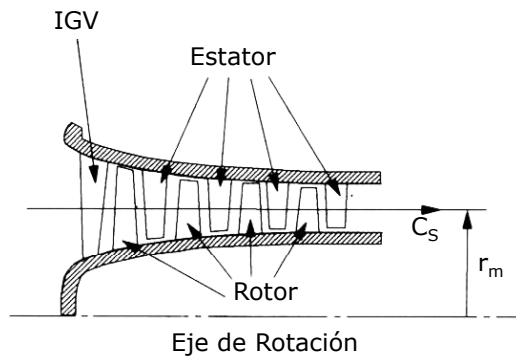
La etapa de un compresor está compuesta por una rejilla de álabes en el rotor seguida por una rejilla de álabes en el estator y el fluido de trabajo pasa a través de éstas sin cambios significativos en el radio (distancia entre la base y la punta del álabe).

En compresores es usual el empleo de múltiples etapas para desarrollar altas relaciones de presión



# Etapa de un Compresor Axial

## Vista Meridional



1. IGV → Inducen rotación en la primera etapa.
2. Conjunto rotor-estator
3. Contracción de área para mantener velocidad meridional ya que el gas aumenta su densidad durante la compresión.
4. Radio medio Constante

En la práctica los puntos 3 y 4 no son limitantes en cuanto al diseño, sin embargo estas conllevan a importantes simplificaciones en el estudio.

# La Difusión

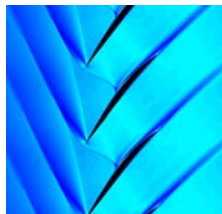
La difusión es un proceso crítico, que debe ser bien estudiado para recuperar la presión de forma óptima

En general  $\Delta A \approx \text{pequeña}$

Para grandes variaciones de área



Stall



Separación del flujo de las paredes (del álabe o del anillo de flujo) bajo la acción de un gradiente de presión adverso

# La Difusión

*Difusión del fluido:*

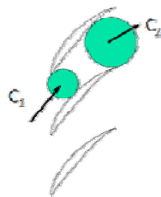
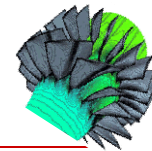
Proceso dinámico donde el fluido es desacelerado



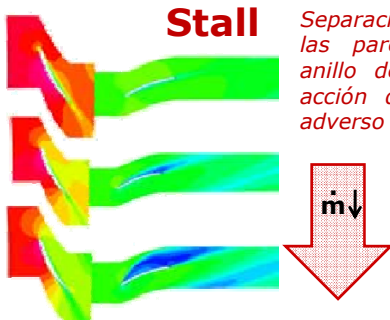
En un compresor axial, los álabes del rotor y del estator se disponen con el fin de desacelerar el fluido

Garganta "Throat":  
sección de menor área

# Difusión y Stall. Efecto de la incidencia

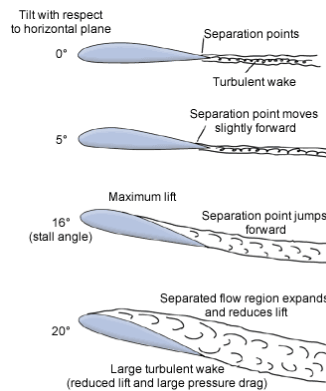


El cambio de área en la sección de flujo de un compresor es muy pequeño, de lo contrario puede ocasionarse **Stall**.



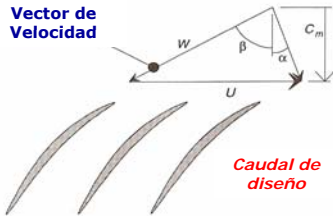
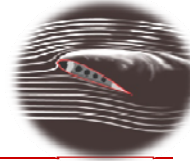
**Stall**

*Separación del flujo de las paredes (álabes o anillo de flujo) bajo la acción de un gradiente adverso de presión..*



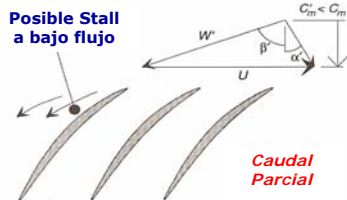


# Difusión y Stall. Efecto de la incidencia



A  $U$  constante, si el flujo másico se reduce  $\beta_1$  aumenta, y también la incidencia  $i = \beta_1 - \beta_1'$  (incidencia +).

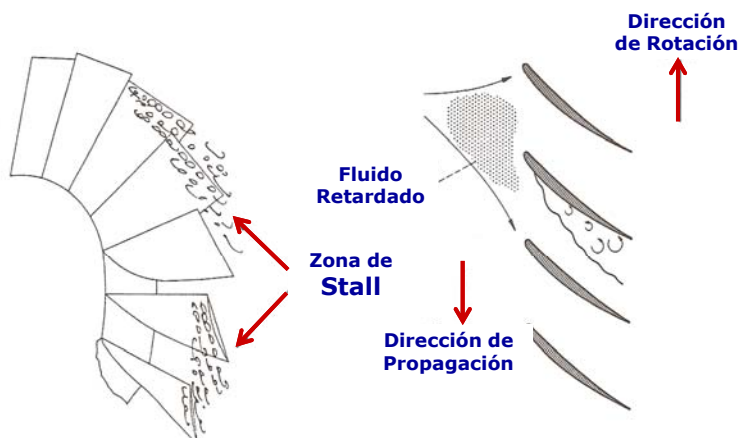
De esta forma el fluido es acelerado localmente y el perfil de flujo sufre una difusión a través de los álabes.



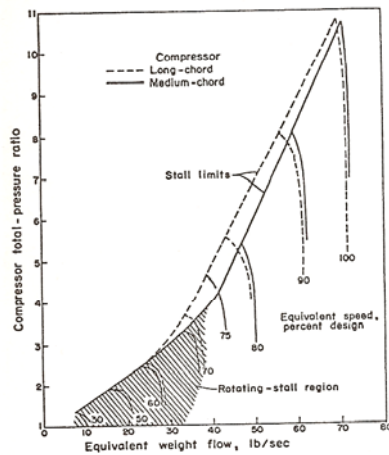
A incidencias suficientemente altas, las fuertes redifusiones consecuentes separarán eventualmente al flujo del extradós del álabe, creando una condición de stall.

El stall reduce el rango de operación estable de los compresores al provocar el desprendimiento del fluido.

# Stall Rotativo



## Curvas Características. LÍMITES STALL



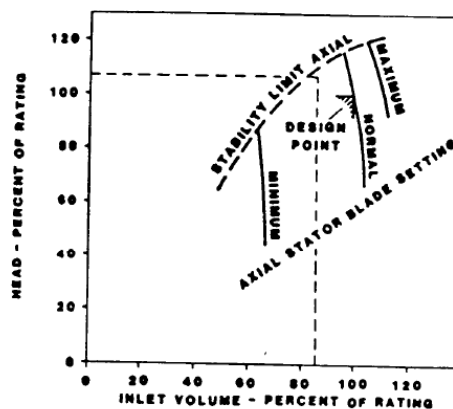
(Data originally in Sievers et al. 1958)

**Figure 1.17.** Typical multistage axial characteristics permission of ASME).

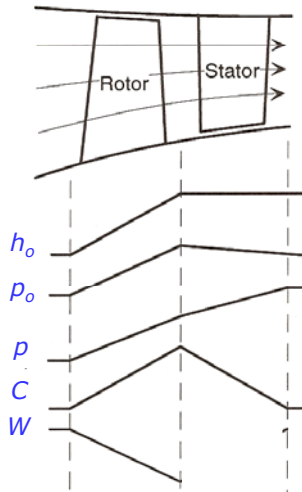
## Curvas Características. EFECTO DE ÁLABES AJUSTABLES

Las álabes guía (IGVs) o estatores intermedios están conectados a la carcasa y en algunos tipos de compresores se pueden ajustar de forma manual o automática. Estos álabes ajustables tiene un efecto apreciable en el rango de operación estable.

Se utiliza con frecuencia para cambiar el rango de operación. También se utiliza para permitir que el compresor pueda operar en un rango de máxima eficiencia bajo diferentes condiciones de entrada o cambios en la composición del fluido.



## Cambios de propiedades y velocidades en la etapa



### Antes del rotor

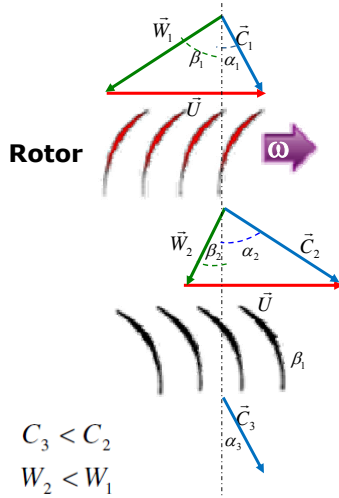
El fluido se aproxima con una velocidad relativa de gran magnitud y gran energía cinética ( $W \uparrow$ )

En el Rotor  $\rightarrow$  Difusión  $|\vec{W}| \downarrow$

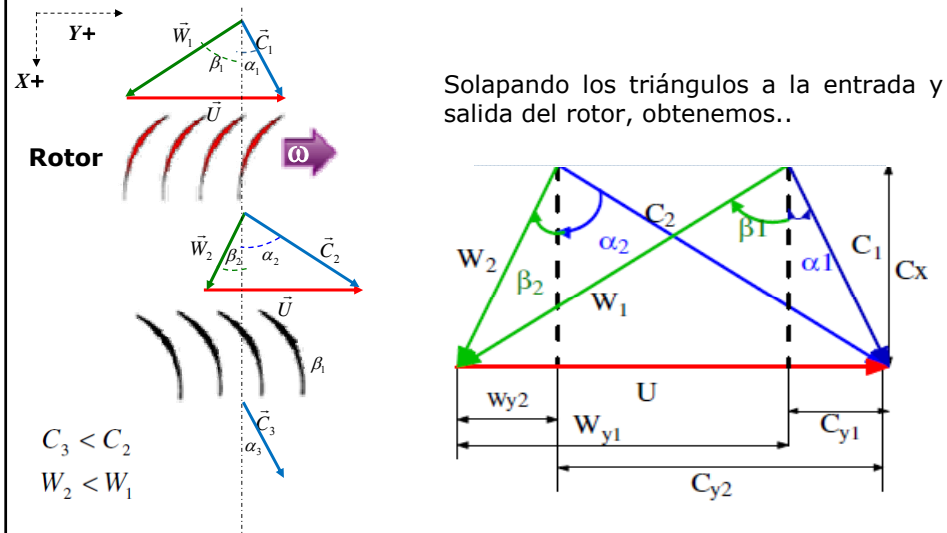
$\rightarrow$  Trabajo del Rotor  $|\vec{C}| \uparrow$

En el Estator  $\rightarrow$  Difusión  $|\vec{C}| \downarrow$   $p \uparrow$

## Triángulos de Velocidades

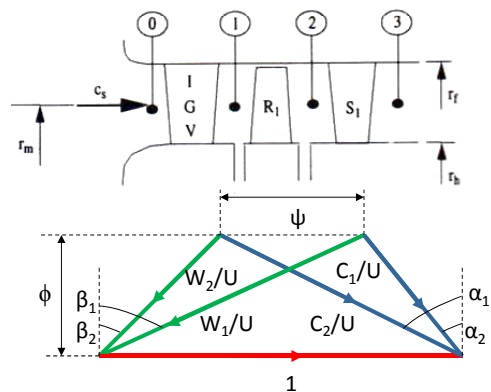
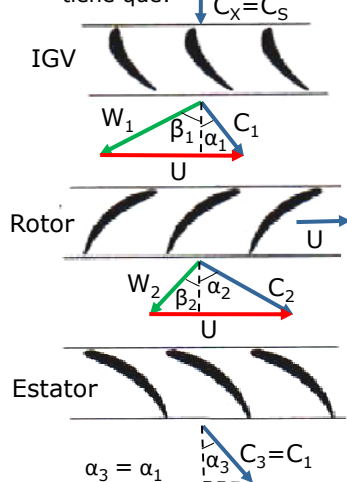


# Triángulos de Velocidades de Base Común



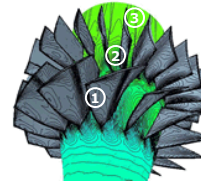
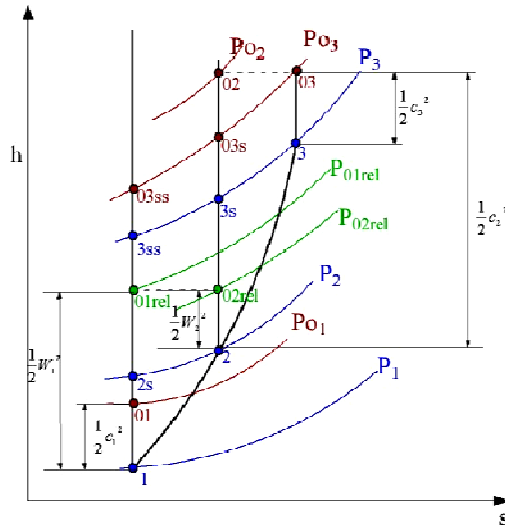
# Análisis Adimensional. Triángulo unitario

Analizando el recorrido del flujo por el compresor en **la primera etapa** se tiene que:



El triángulo se mantiene para todas las etapas (si perfiles existen semejantes en los álabes de las etapas para  $r_m$ )

## Diagrama de Mollier



$$h_{01rel} = h_{02rel}$$

$$\downarrow$$

$$h_1 + \frac{1}{2}W_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}W_2^2$$

$$h_{02} = h_{03}$$

$$\downarrow$$

$$h_2 + \frac{1}{2}C_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}C_3^2$$

## Trabajo de una etapa de Compresión

En su forma más general tenemos que:

$$\Delta W = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_{03} - h_{01}$$

A través del estator  $h_0$  es constante, por lo tanto:

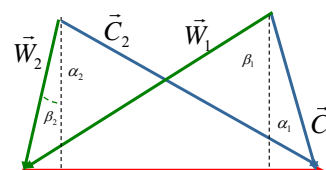
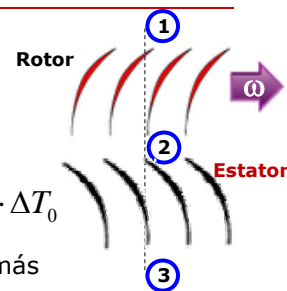
$$h_{03} = h_{02} \Rightarrow \Delta W = h_{02} - h_{01} = C_p (T_{02} - T_{01}) = C_p \cdot \Delta T_0$$

Por otra parte, la ecuación de Euler en su forma más general:

$$\Delta W = U_2 \cdot C_{\theta 2} - U_1 \cdot C_{\theta 1}$$

Buscando relación con los triángulos de velocidades podemos llegar a:

$$\Delta W = U(c_{y2} - c_{y1})$$



## Análisis Adimensional. Trabajo de una etapa de Compresión

**Coefficiente o factor de carga**

$$\psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = \frac{\Delta C_\theta}{U}$$

**Coefficiente o factor de flujo**

$$\phi = \frac{c_x}{U}$$

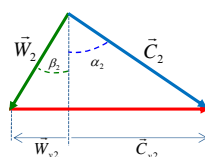
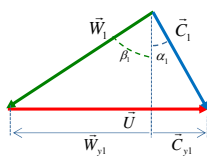
**A partir de la ecuación de Euler, y triángulos de velocidades, se escribe:**

$$\Delta W = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_{03} - h_{01} = U(c_{y2} - c_{y1})$$

$$\psi = \frac{U(c_{y2} - c_{y1})}{U^2} = \frac{c_{y2} - c_{y1}}{U} = \frac{U - w_{y2} - c_{y1}}{U} = \frac{U - c_x \tan \beta_2 - c_x \tan \alpha_1}{U}$$

## Trabajo de una etapa de Compresión

Regresando a los triángulos de velocidades en **1** y **2**:



$$W_{y1} + C_{y1} = U$$

$$W_{y2} + C_{y2} = U$$

$$C_{y2} - C_{y1} = W_{y1} - W_{y2}$$

Trabajando con los ángulos, podemos decir que:

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_{y1} &= C_x \cdot \tan(\beta_1) \\ \bar{W}_{y2} &= C_x \cdot \tan(\beta_2) \end{aligned} \right\} C_{y2} - C_{y1} = W_{y1} - W_{y2} = C_x \cdot (\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2))$$

A partir de esto podemos expresar el trabajo como:

$$\Delta W = U \cdot C_x \cdot (\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2))$$

## Trabajo de una etapa de Compresión

Combinando la expresión anterior y la expresión del trabajo en función del  $\Delta T_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta W &= U \cdot C_X \cdot (\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)) \\ \Delta W &= C_P (T_{02} - T_{01}) = C_P \cdot \Delta T_0 \end{aligned} \right\} \Delta T_{0_{etapa}} = \frac{U \cdot C_X \cdot (\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2))}{C_P}$$

**Valor característico del equipo (aportado por el fabricante) que influye de forma importante en los materiales y el cambio de propiedades**

$$\Delta T_{0_{etapa}} \leq 40K$$

**Para la mayoría de los casos!!!**

## Aumento de Presión en una Etapa

**Etapa Ideal**

*En la corona del Rotor:*

1  $p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (w_1^2 - w_2^2) \longrightarrow P_{0rel} \text{ es constante}$

*En la corona del Estator:*

2  $p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (c_2^2 - c_3^2) \longrightarrow P_0 \text{ es constante}$

*Sumando los cambios de presión en toda la etapa (etapa normal,  $c1=c3$ )...*

1 + 2

3  $\frac{2(p_3 - p_1)}{\rho} = (c_2^2 - w_2^2) + (w_1^2 - c_1^2)$

## Aumento de Presión en una Etapa

Para cualquier triángulo de velocidad, se cumple la Regla del Coseno:

$$c^2 = U^2 + w^2 - 2Uw \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

$$\text{o } c^2 - w^2 = U^2 - 2Uw_y$$

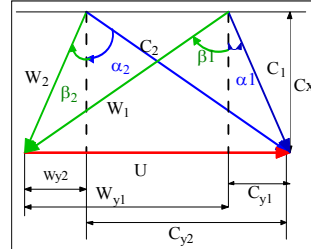
Sustituyendo esto en

3

$$\frac{2(p_3 - p_1)}{\rho} = (U^2 - 2Uw_{y2}) - (U^2 - 2Uw_{y1}) = 2U(w_{y1} - w_{y2})$$

Como...  $w_{y1} - w_{y2} = c_{y2} - c_{y1}$

$$\frac{(p_3 - p_1)}{\rho} = U(c_{y2} - c_{y1}) = h_3 - h_1$$



## Aumento de Presión en una Etapa

Hay que notar que...

$$\Delta h = \frac{1}{\rho} \Delta P$$

Proceso Isoentrópico!!

Luego, se puede decir que el aumento de Presión de un escalonamiento real...

$$\psi = \frac{\Delta h}{U^2 \eta} = \frac{\Delta p}{\rho U^2 \eta}$$



## Aumento de Presión en una Etapa

### Etapa Real

$$\Delta h = \frac{1}{\rho} \Delta p \quad \text{Proceso Isoentrópico!!}$$

Estados estáticos

$$\eta_s = \frac{\Delta h_{iso}}{\Delta h} = \frac{\frac{1}{\rho} \Delta p}{\Delta h} = \frac{\frac{1}{\rho} \Delta p}{\psi U^2}$$

Se debe conocer el rendimiento de la etapa!!!

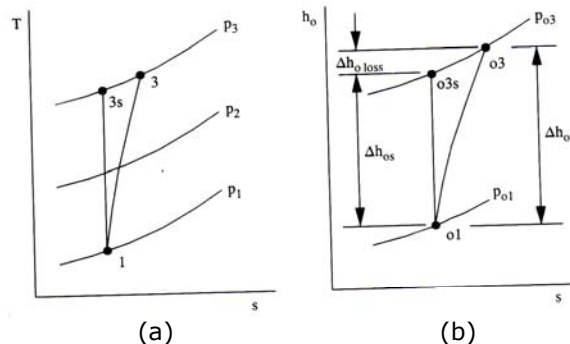
Despejando...

$$\Delta p = \eta_s \rho \psi U^2$$

Si  $c_1 = c_3$ ,  $\eta_s$  es una buena aproximación de  $\eta_{tt}$

Esto es una aproximación válida para flujo compresible si el aumento de  $T$  y  $P$  en el escalonamiento es pequeño.

## Eficiencia Total a Total



De este diagrama se puede ver que:

$$\eta_{TT} = \frac{\text{Aumento de la entalpia de estancamiento para una etapa ideal}}{\text{Aumento de la entalpia de estancamiento para una etapa real}} = \frac{h_{03s} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}}$$



# Eficiencia adiabática de una etapa

Para aumentar la relación de compresión de estancamiento:

- Jugamos con los parámetros que involucren  $\Delta T_{O_{ETAPA}}$ .
- Disminuir  $T_{o_1} \rightarrow$  Poco probable (generalmente  $T_{amb}$ )
- Con la eficiencia de la etapa  $\rightarrow$  Hay que jugar con los perfiles y regulación de la posición de los álabes

## Pérdidas (Estator)

**Estator**

$$h_{02} = h_{03}$$

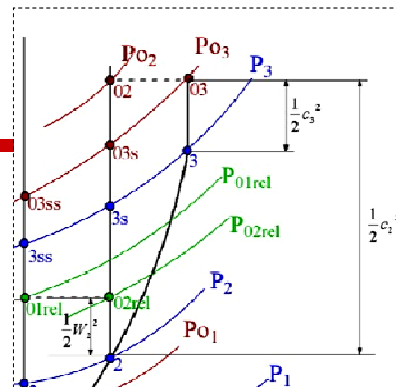
$$\textcircled{1} \quad h_3 - h_2 = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_3^2)$$

Recordemos..

$$p_0 = p + \frac{1}{2} \rho \cdot c^2$$

Puedo rescribir  $\textcircled{1}$  ...

$$h_3 - h_2 = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_3^2) = [(P_{02} - P_2) - (P_{03} - P_3)] \cdot \frac{1}{\rho} \quad \textcircled{1'}$$



Si no nos involucramos con problemas de **densidad**, y la **consideramos constante (promedio)**

## Pérdidas (Estator)

De igual forma, en la línea isoentrópica 2-3s  $\rightarrow Tds=0$

$$\therefore Tds = dh - \frac{1}{\rho} dP$$

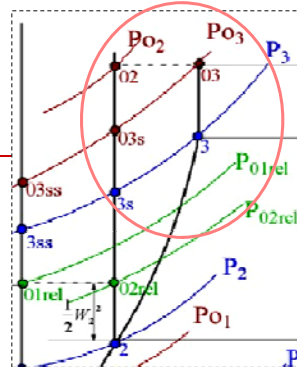
$$\therefore h_{3s} - h_2 = \frac{P_3 - P_2}{\rho} \quad \text{2}$$

Al restar 1' — 2 :

$$h_3 - \cancel{h_2} - h_{3s} + \cancel{h_2} = [(P_{02} - \cancel{P_2}) - (P_{03} - \cancel{P_3}) - (\cancel{P_3} - \cancel{P_2})] \frac{1}{\rho}$$

## Pérdidas (Estator)

**Estator**



$$h_3 - h_{3s} = \frac{P_{02} - P_{03}}{\rho} = \frac{1}{\rho} \Delta P_0 \text{ ESTATOR}$$

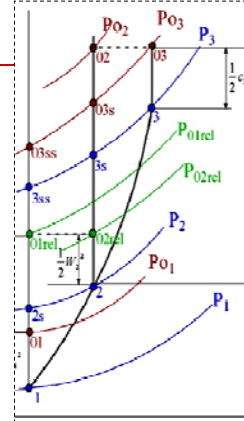
El incremento de entalpía (irreversibilidades) en el estator es proporcional al  $\Delta P_0$  en el estator.

## Pérdidas (Estator)

$\Delta P_{O_{ESTATOR}} \rightarrow$  No implica que hay compresión

Es un indicador de pérdidas en el estator!!

Nos interesa  $\Delta P_{ESTÁTICA}$ !



## Pérdidas (Rotor)

### Rotor

Se había concluido..

$$P_{orel} = P + \frac{1}{2} \rho W^2$$

Se puede decir también que:

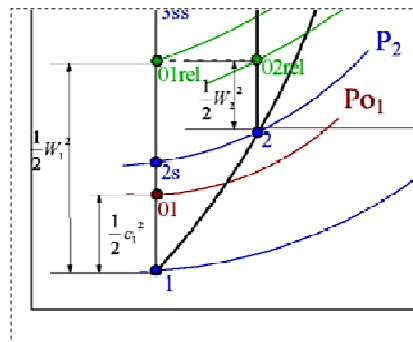
$$h_{01rel} = h_{02rel}$$

Se puede escribir...

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (W_1^2 - W_2^2)$$

$$\therefore h_2 - h_1 = \left[ (P_{01rel} - P_1) - (P_{02rel} - P_2) \right] \frac{1}{\rho}$$

3



## Pérdidas (Rotor)

Análogo al análisis del estator sobre la línea isentrópica...

$$h_{2s} - h_1 = \frac{P_2 - P_1}{\rho} \quad \text{4}$$

Restando 3 - 4

$$(h_2 - h_1) - (h_{2s} - h_1) = \frac{1}{\rho} [(P_{01rel} - P_1) - (P_{o2rel} - P_2) - (P_2 - P_1)]$$

## Pérdidas (Rotor)

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{\rho} [P_{01rel} - P_{o2rel}] = \frac{1}{\rho} \Delta P_{0rotor\ relativa}$$

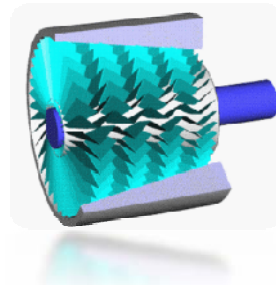
Esta expresión nos da idea de las irreversibilidades en el rotor!

## Finalmente, el rendimiento ...

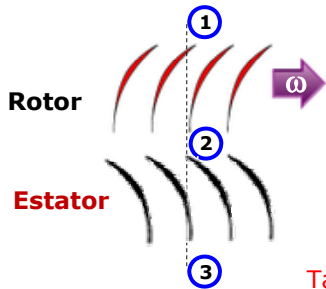
De forma similar al escalonamiento de una turbina ...

$$\begin{aligned}\eta_{tt} &= \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} \\ &= \frac{h_{03} - h_{01} - (h_2 - h_{2s}) - (h_3 - h_{3s})}{h_{03} - h_{01}} \\ &= 1 - \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\Delta P_{0rotor} + \Delta P_{0estator}}{h_{03} - h_{01}} \right]\end{aligned}$$

## Grado de Reacción "R"



# Grado de Reacción



$R = \frac{\text{Caída de entalpía estática en el rotor}}{\text{Caída de entalpía estática en la etapa}}$

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}$$

También podemos definir el grado de reacción en función de las velocidades, para esto recordemos que:

$$h_{01rel} = h_{02rel}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}W_1^2 - \frac{1}{2}W_2^2$$

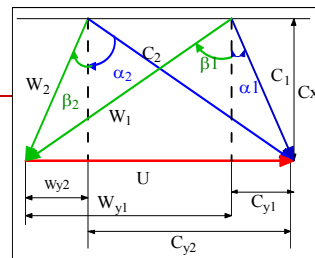
$$h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} = U(C_{y2} - C_{y1})$$

$$R = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2U(C_{y2} - C_{y1})}$$

*1<sup>ra</sup> ecuación del grado de reacción*

# Grado de Reacción

Trabajando con los triángulos de velocidades en **1** y **2** podemos escribir:



$$R = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2U(C_{y2} - C_{y1})} = \frac{(W_{y1}^2 - \cancel{C_x^2}) - (W_{y2}^2 - \cancel{C_x^2})}{2U(C_{y2} - C_{y1})} = \frac{W_{y1}^2 - W_{y2}^2}{2U(C_{y2} - C_{y1})}$$

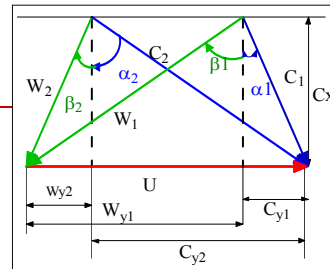
$$R = \frac{(W_{y1} - W_{y2})(W_{y1} + W_{y2})}{2U(\cancel{C_{y2}} - \cancel{C_{y1}})} = \frac{W_{y1} + W_{y2}}{2U} \Rightarrow R = \frac{W_{y1} + W_{y2}}{2U}$$

*2<sup>da</sup> ecuación del grado de reacción*



## Grado de Reacción

La segunda ecuación del grado de reacción también puede ser expresada en función de los ángulos  $\beta_2$  y  $\alpha_1$  de la siguiente manera:



$$R = \frac{W_{y1} + W_{y2}}{2U} = \frac{(U - C_{y1}) + W_{y2}}{2U} = \frac{(U - C_x \tan \alpha_1) + C_x \tan \beta_2}{2U}$$

$$\begin{aligned} W_{y1} &= U - C_{y1} \\ C_{y1} &= C_x \tan \alpha_1 \\ W_{y2} &= C_x \tan \beta_2 \end{aligned}$$

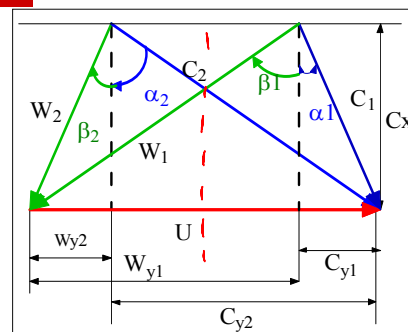
$$R = \frac{1}{2} + \frac{C_x}{2U} (\tan \beta_2 - \tan \alpha_1)$$

3ª ecuación del grado de reacción

## Algunos comentarios del Grado de Reacción

Para  $R = 0,5$

$\alpha_1 = \beta_2 \rightarrow$  Triángulos Simétricos

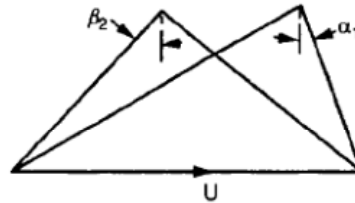


- El gradiente de presión adverso, se distribuye de igual forma entre el rotor y el estator  $\rightarrow$  minimiza la tendencia de la separación de la capa límite (Stall)
- Los turbocompresores axiales de turbinas de gas de aviación se caracterizan por tener grandes velocidades periféricas; se utiliza el turbocompresor axial de ( $R = 0,5$ ) que tiene la ventaja constructiva de utilizar el mismo perfil de álabe para la corona móvil y la corona fija, pudiendo realizar una compresión más uniforme

## Algunos comentarios del Grado de Reacción

*Para  $R > 0,5$*

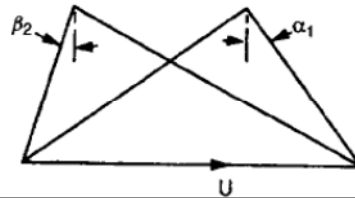
$\beta_2 > \alpha_1$  → Triángulos hacia la derecha



• *En las turbinas estacionarias*, (sus velocidades periféricas son más reducidas), se utiliza un turbocompresor axial de ( $R = 0,5$  a  $1$ ) ya que para una misma velocidad periférica  $U$  se alcanza una mayor presión en el escalonamiento, y al mismo tiempo se consigue un compresor estable.

*Para  $R < 0,5$*

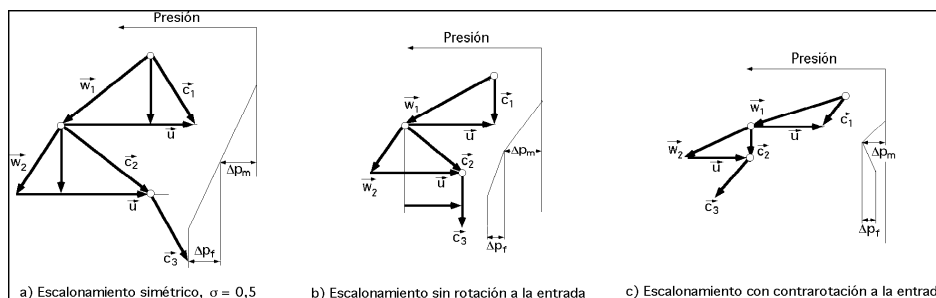
$\beta_2 < \alpha_1$  → Triángulos hacia la izquierda



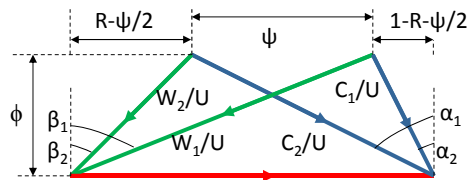
## Algunos comentarios del Grado de Reacción

En general, el grado de reacción más utilizado en un turbocompresor axial está comprendido entre ( $0,4$  y  $1$ ), siendo algunas veces mayor que  $1$

Los arreglos más utilizados



## Grado de Reacción Arbitrario



Por Definición  $R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}$   $\rightarrow$   $h_{03} - h_{01} = h_3 - h_1 = \Delta h_0 = \psi U^2$   
 $h_2 - h_1 = \Delta h_0 - \frac{\Delta h_0}{2U} (C_{y2} + C_{y1})$

$$R = 1 - \frac{1}{2U} (C_{y2} + C_{y1})$$

Considerando la Ecuación de Euler:

&

$$C_{y2} - C_{y1} = \frac{\Delta h_0}{U} = \psi U$$

## Grado de Reacción Arbitrario

Desarrollando las expresiones se obtiene:

$$\frac{C_{y2}}{U} = 1 - R + \frac{1}{2}\psi \quad \frac{C_{y1}}{U} = 1 - R - \frac{1}{2}\psi \quad \frac{W_{y2}}{U} = 1 - \frac{C_{y2}}{U} = R - \frac{1}{2}\psi \quad \frac{W_{y1}}{U} = 1 - \frac{C_{y1}}{U} = R + \frac{1}{2}\psi$$

De manera similar se definen las velocidades restantes

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{W_1}{U} &= \sqrt{\phi^2 + \left(R + \frac{\psi}{2}\right)^2} \\ \frac{W_2}{U} &= \sqrt{\phi^2 + \left(R - \frac{\psi}{2}\right)^2} \\ \frac{C_1}{U} = \frac{C_3}{U} &= \sqrt{\phi^2 + \left(1 - R - \frac{\psi}{2}\right)^2} \\ \frac{C_2}{U} &= \sqrt{\phi^2 + \left(1 - R + \frac{\psi}{2}\right)^2} \end{aligned} \right.$$

## Grado de Reacción Arbitrario

Empleando relaciones trigonométricas se pueden obtener de manera similar los ángulos que definen el triángulo de velocidades

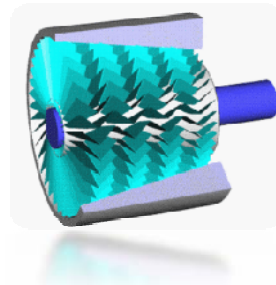
$$\begin{array}{l}
 \text{Para el Rotor} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \beta_1 = \arctan\left\{\frac{1}{\phi}\left(R + \frac{1}{2}\psi\right)\right\} \\
 \beta_2 = \arctan\left\{\frac{1}{\phi}\left(R - \frac{1}{2}\psi\right)\right\} \\
 \varepsilon_R = \arctan\left\{\frac{\phi\psi}{\phi^2 + R^2 - \frac{1}{4}\psi^2}\right\}
 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Para el Estator} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \alpha_1 = \arctan\left\{\frac{1}{\phi}\left(1 - R - \frac{1}{2}\psi\right)\right\} \\
 \alpha_2 = \arctan\left\{\frac{1}{\phi}\left(1 - R + \frac{1}{2}\psi\right)\right\} \\
 \varepsilon_S = \arctan\left\{\frac{\phi\psi}{\phi^2 + (1 - R)^2 - \frac{1}{4}\psi^2}\right\}
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

La eficiencia se transforma en:

$$\eta_{TT} = 1 - \frac{1}{2\psi} \left\{ \xi_R \left[ \phi^2 + \left(R + \frac{\psi}{2}\right)^2 \right] + \xi_S \left[ \phi^2 + \left(1 - R + \frac{\psi}{2}\right)^2 \right] \right\}$$

## Características de Funcionamiento Fuera de Diseño

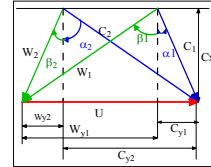
*(Simplificada)*



## Características de Funcionamiento Fuera de Diseño

De la ecuación de Euler, sabemos que ...

$$\psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = 1 - \phi(\tan \beta_2 + \tan \alpha_1)$$



Los ángulos de salida del fluido  $\beta_2$  (rotor) y  $\alpha_1$  (estator) no varían apreciablemente para una gama de incidencias, hasta que se alcanza el punto de desprendimiento

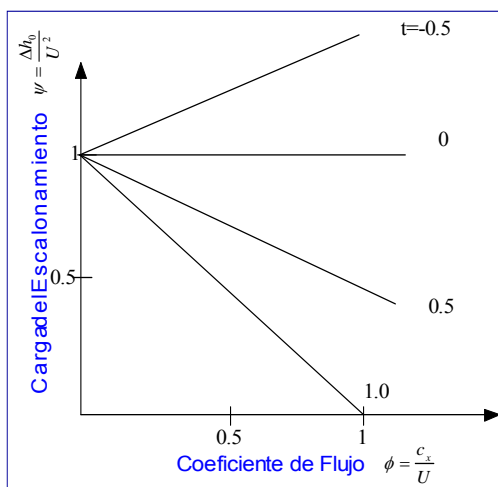
$$\tan \beta_2 + \tan \alpha_1 = t = cte.$$

Por lo tanto, podemos escribir ...

$$\psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = 1 - \phi t$$

El  $\Delta h_0$  aumenta cuando el flujo másico disminuye, con una velocidad de giro constante y  $t$  positivo!!

## Características de Funcionamiento Fuera de Diseño



En el punto de diseño:

$$\psi_d = 1 - \phi_d \cdot t \Rightarrow t = \frac{1 - \psi_d}{\phi_d}$$

Las condiciones fuera de diseño **no dependen** de la elección del grado de reacción de diseño!!

$R = 0,5$  La reacción no varía  
 $R > 0,5$ ;  $t < 0$  La reacción disminuye con el Coeficiente de flujo  
 $R < 0,5$  La reacción aumenta con el Coeficiente de flujo

## Características de Funcionamiento Fuera de Diseño Simplificada

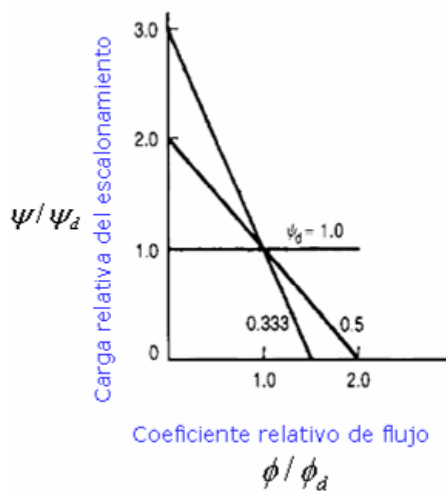
Al tener  $t=cte$ , podemos igualar el punto de diseño con cualquier otro punto

$$\psi_d = 1 - \phi_d \cdot t \Rightarrow t = \frac{1 - \psi_d}{\phi_d} \quad \psi = 1 - \phi \cdot t \Rightarrow t = \frac{1 - \psi}{\phi}$$

Igualando las  $t$  :

$$\psi = 1 - \phi \left( \frac{1 - \psi_d}{\phi_d} \right) \Rightarrow \frac{\psi}{\psi_d} = \frac{1}{\psi_d} - \frac{\phi}{\phi_d} \left( \frac{1 - \psi_d}{\psi_d} \right)$$

## Características de Funcionamiento Fuera de Diseño Simplificada



$\psi_d \rightarrow 1$  Más elástico (menor variación de  $\psi$  con  $\phi$ )

$\psi_d \rightarrow 0$  Menos elásticos (mayor variación de  $\psi$  con  $\phi$ )

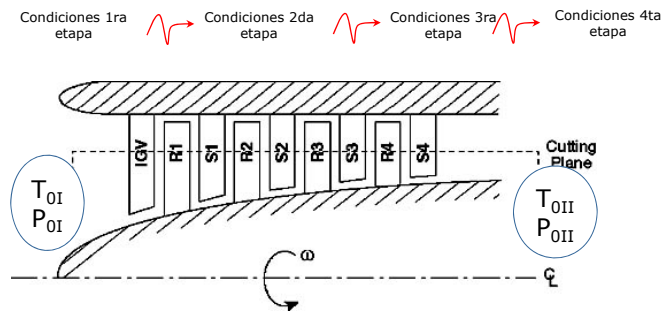
$$0.3 < \psi_d < 0.4$$

Más Eficiente

# Compresor Multietapa

## De forma General

Es necesario conocer el aumento de  $P_0$  y  $T_0$  en cada etapa. Así, se pueden determinar las condiciones de densidad de salida que corresponderán a las condiciones de entrada en la etapa siguiente

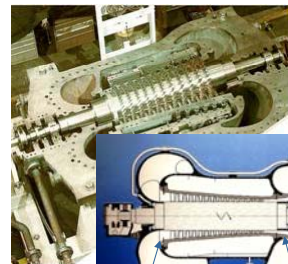


# Compresor Multietapa

Para compresores de etapas similares:

## Consideraciones:

$\eta_p \rightarrow \eta_{ETAPA}$  porque el  $\Delta T_0$  de la etapa es pequeño  
 $\Psi = \text{cte}$  en todas las etapas por simplicidad



Número de Etapas

$$\frac{T_{0II}}{T_{0I}} = 1 + \frac{N \Delta T_0}{T_{0I}} = \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{\frac{(\gamma-1)}{\eta_p \gamma}}$$

$$\Delta T_0 = \frac{\psi U^2}{C_p}$$

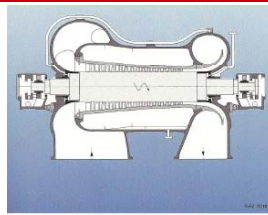
En una etapa

En compresores axiales, como valor referencial:  
 $r_{pmax/etapa} = 1,12-1,4$        $\Delta T_{0max/etapa} = 40K$

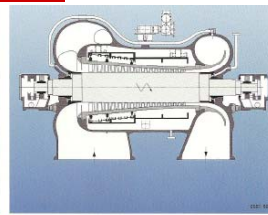
# Eficiencia Compresor Multietapa

$$\eta_{tt} = \frac{\left[ \left( \frac{p_{0II}}{p_{0I}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{\left[ \left( \frac{p_{0II}}{p_{0I}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\eta_p \gamma}} - 1 \right]}$$

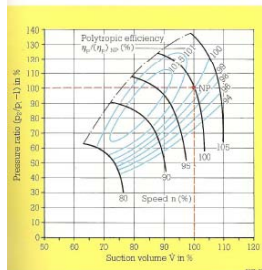
# Compresores Multietapas MECANISMOS DE CONTROL



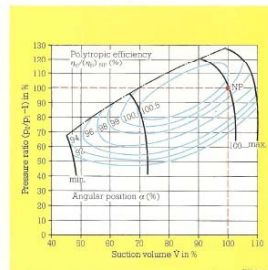
Series A  
with fixed stator blades (FIXAX).



Series AV  
with adjustable stator blades (VARAX).



Performance map for axial compressors with speed variation.



Performance map for axial compressors with adjustable stator blades.



## Compresor Multietapa Ejemplo

Con los análisis anteriores ahora es posible calcular las relaciones de compresión para un compresor multietapas. El procedimiento requiere el cálculo de los cambios de temperatura y presión de cada etapa.

Para una mayor compresión presentaremos el siguiente ejemplo:

*Un compresor axial multietapa es requerido para comprimir aire a 293K con una relación de compresión de 5 a 1. Cada etapa posee un grado de reacción de 0,5 y una velocidad de álabe de 275m/s (en radio medio), un coeficiente de flujo de 0.5 y un coeficiente de carga de 0,3. Determine los ángulos del flujo y el número de etapas requerido si la eficiencia politrópica es de 88,8% . Asumir  $C_p=1005 \text{ J/kg-K}$  y  $k=1,4$  para el aire.*

**Solución:**

Tomando en cuenta:

$$\psi = \phi(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \text{y} \quad R = \frac{\phi}{2}(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$$

$$\beta_1 = a \tan\left(\frac{R + \frac{\psi}{2}}{\phi}\right) = 52.45 \text{ deg} \quad \beta_2 = a \tan\left(\frac{R - \frac{\psi}{2}}{\phi}\right) = 35 \text{ deg}$$

## Compresor Multietapa Ejemplo

Como el grado de reacción es  $R=0.5$ :

$$\alpha_2 = 52,45 \text{ deg} \quad \alpha_1 = 35 \text{ deg}$$

Tomando en cuenta:

$$\psi = \frac{C_p \cdot \Delta T_0}{U^2} \longrightarrow \Delta T_0 = \frac{\psi \cdot U^2}{C_p} = 22,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T_{0II}}{T_{0I}} = 1 + \frac{N \cdot \Delta T_0}{T_{0I}} = \left(\frac{p_{0II}}{p_{0I}}\right)^{\frac{k-1}{\eta_p k}} \quad \text{Siendo I las propiedades a la entrada y II las propiedades a la salida. (Se considera } \psi = \text{cte en las etapas)}$$

$$N = 8,86 \longrightarrow \text{Por lo que trabajaremos con 9 etapas.}$$

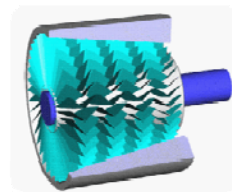
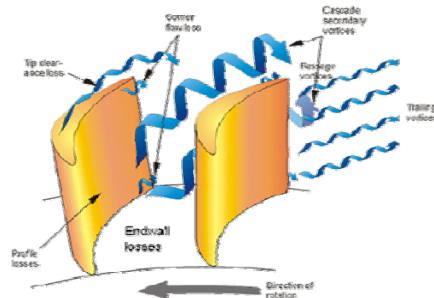
## Compresor Multietapa Ejemplo

La eficiencia total a total del proceso de compresión será...

$$\eta_{tt} = \frac{\left(\frac{P_{0II}}{P_{0I}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{P_{0II}}{P_{0I}}\right)^{\frac{k-1}{\eta_p k}} - 1} = 86,3\%$$

Es razonable asumir la eficiencia total-total de cada etapa como la eficiencia politrópica (pequeños aumentos de presión y temperatura)

## Diseño de Compresores Axiales



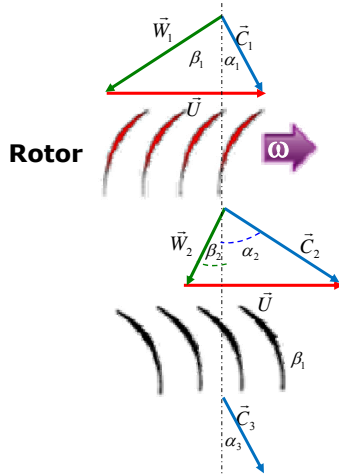
# Diseño de Compresores Axiales

Una secuencia lógica para el diseño de compresores es la siguiente:

1. Selección del factor de carga, flujo y el número de etapas para conseguir las especificaciones requeridas.
2. Determinar completamente los triángulos de velocidades en la línea media.
3. Seleccionar relación paso cuerda del alabe para satisfacer parámetros de carga aerodinámica tales como coeficiente de sustentación y factor de difusión.
4. Finalmente, se realiza el refinamiento de la geometría del alabe para garantizar la entrada mas suave del flujo y el correcto ángulo de paso en cada rejilla.

**TODO BASADO EN EL TRIÁNGULO DE VELOCIDADES UNITARIO**

## Análisis en la línea media: Pérdidas



Las ecuaciones que se derivan de aplicar la ecuación de Euler al compresor representan un modelo ideal, en el cual el flujo es isoentrópico y no-viscoso.

Para una aproximación más real debemos considerar las pérdidas presentes en el equipo que disminuyen los valores finales respecto de los ideales.

Las primeras pérdidas involucran la presión y las escribimos a través de los siguientes coeficientes:

$$K_R = \frac{\Delta P_{0,rel}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2}$$

Coficiente de pérdidas de presión en el rotor

$$K_S = \frac{\Delta P_0}{\frac{1}{2} \rho C_2^2}$$

Coficiente de pérdidas de presión en el estator

## Carga de la Etapa Análisis en la línea media

La difusión, alcanzada en el espaciamiento entre álabes, es limitada por el crecimiento de la capa límite y el stall y estos, a su vez, limitan la carga del álabe y por ende el aumento de presión.

Se han hecho números estudios para cuantificar la máxima difusión permitida en función del flujo y su velocidad así como para determinar los parámetros asociados a la desaceleración tomando en cuenta las pérdidas aerodinámicas de la rejilla de álabes.

La relación global de desaceleración se expresa como:

$$D = \frac{W_2}{W_1}$$

Para el rotor

$$D = \frac{C_3}{C_2}$$

Para el estator

Según de Haller(1955):  
 $D \geq 0.75$  para una  
 operación satisfactoria<sub>21</sub>

## Deceleración en la Rejilla Análisis de línea media

El coeficiente de carga óptimo del álabe viene relacionado directamente con la tasa de difusión que el fluido puede alcanzar

Este valor se encuentra limitado por el fenómeno de desarrollo de la capa límite → fenómeno de desprendimiento (Stall)

Se define, **Factor de difusión ó Deceleración** de una cascada como:

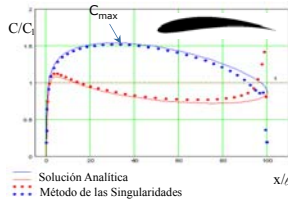
$$D = \begin{cases} \frac{W_2}{W_1} & \rightarrow \text{En el Rotor} \\ \frac{C_3}{C_2} & \rightarrow \text{En el Estator} \end{cases}$$

Haller (1955), propone como valores recomendados  $D \geq 0,72$  para un **funcionamiento óptimo**

## Deceleración en la Rejilla

### Análisis de línea media

La definición anterior calcula una deceleración promediada.  
 → Las velocidades cambian a lo largo de su paso por el perfil



Una mejor definición de deceleración o factor de difusión es:

$$D = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\text{promedio}}} \approx 1 - \frac{C_2}{C_1} + \frac{|\Delta C_\theta|}{2\sigma C_1}$$

$$\sigma = \frac{s}{l} \quad \text{Relación paso-cuerda}$$

**Valores recomendados** 0,45 para la punta del rotor, 0,55 para el radio medio y el cubo del rotor y 0,60 para el estator (Johnsen and Bullock, 1965)

Podemos asociar este valor "D" con el coeficiente de pérdidas de presión "K" (Jansen & Moffat 1967)

Coefficientes de pérdidas de presión K, se definen

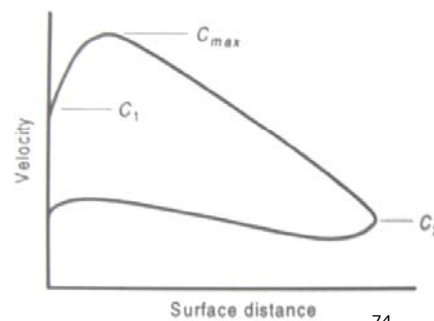
$$K \frac{\cos \alpha_2}{2\sigma} \left( \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \right)^2 = 0.003 + 0.02375D - 0.05D^2 + 0.125D^3 \quad K_{\text{Estator}} = \frac{\Delta p_o}{\frac{1}{2}\rho C_2^2} \quad K_{\text{Rotor}} = \frac{\Delta p_{\text{orel}}}{\frac{1}{2}\rho W_1^2}$$

## Análisis en la línea media

La distribución de la velocidad alrededor de las superficies del álabe demuestra que la máxima velocidad no se presenta en las cercanías al ángulo de ataque sino en un punto aguas debajo de las superficie de succión. Por tanto, la desaceleración la representamos a través del parámetro local de desaceleración definido como:

$$D = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\text{prom}}}$$

Johnsen y Bullock sugieren que los valores máximos de D sean:  
 0.45 en la punta del rotor  
 0.55 en medio del rotor y en el cubo  
 0.6 para el estator



74

## Deceleración en la Rejilla

### Análisis de línea media

Otra definición:

Factor de difusión de Liebling (1957)

$$D_{equiv}^* = \frac{C_{max}}{C_2} \approx \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \left[ 1.12 + 0.61 \frac{(\cos \alpha_1)^2}{2\sigma} (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) \right]$$

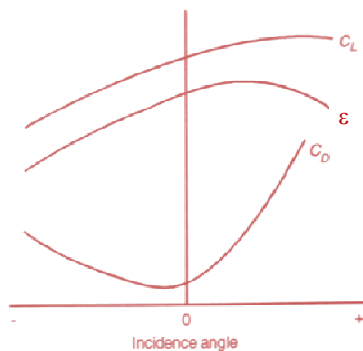
Podemos asociar este valor con el coeficiente de pérdida de presión "K" (Casey 1987):

$$K \frac{\cos \alpha_2}{2\sigma} \left( \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \right)^2 = \frac{0.0045}{1 - 0.95 \ln D_{equiv}^*}$$

## Análisis en la rejilla de álabes

Como vimos, el análisis en las rejillas permite estimar los valores de pérdidas y además permite establecer un diseño preliminar de las etapas del compresor.

Las relaciones que se obtienen a través de estos estudios, garantizarán que el compresor opere en condiciones de alta eficiencia.

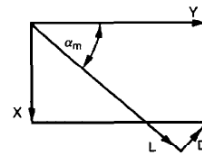
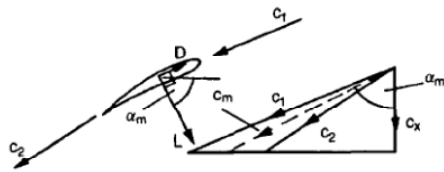


Del estudio de rejillas de álabes se logra determinar y graficar la relación existente entre los coeficientes de arrastre ( $C_D$ ), sustentación ( $C_L$ ) y deflexión ( $\epsilon$ ) en función del ángulo de incidencia ( $i$ ).

## Rejilla del Compresor y el Perfil

El factor de carga del escalonamiento se puede expresar también en función de los coeficientes de sustentación y arrastre (resistencia) para el rotor

**Recordando de la cascada:**



**Fuerza tangencial:**

$$Y = L \cos \beta_m + D \sin \beta_m$$

$$Y = L \cos \beta_m \left( 1 + \frac{D}{L} \tan \beta_m \right)$$

**Definiendo:**

$$\tan \beta_m = \frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2}$$

## Análisis en la línea media

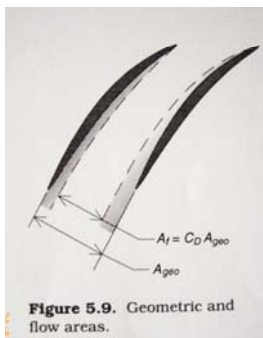


Figure 5.9. Geometric and flow areas.

El bloqueo o desprendimiento, que implica un crecimiento progresivo de la capa límite en la superficie del álabe, también compromete la eficiencia del compresor. Este bloqueo puede cuantificarse si lo asociamos al coeficiente de descarga  $C_D$  como sigue:

$$C_D = \frac{A_f}{\pi(r_t^2 - r_h^2)}$$

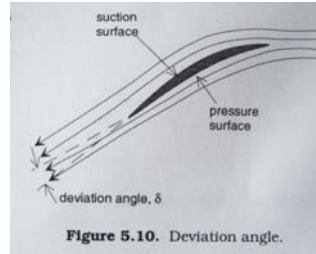
El efecto del bloqueo es incrementar la velocidad axial  $C_x$  por encima del valor teórico calculado a través del flujo de masa y el área geométrica del anillo:

$$C_{x,teorica} = \frac{\dot{m}}{\rho A_{geo}}$$

78

## Análisis en la línea media

La desviación del flujo es otra pérdida asociada al fluido de trabajo y que debe su origen a la diferencia existente entre las superficies de succión y de presión



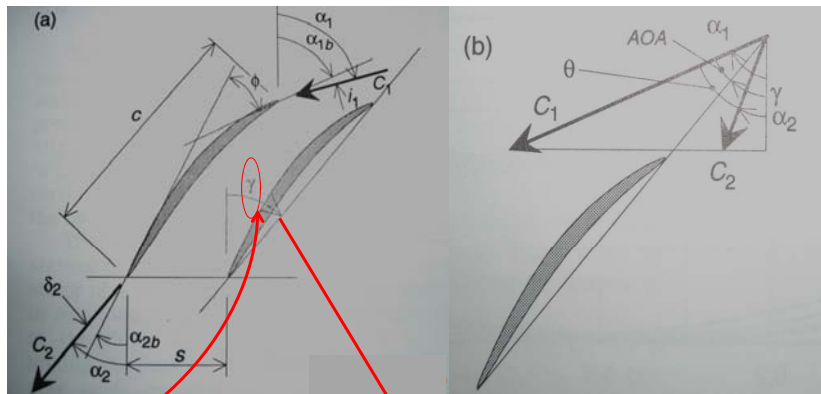
Para su estudio, se hace un análisis a la rejilla de álabes del cual se derivan los siguientes parámetros:

$$i = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad \delta = \alpha_2 - \alpha'_2 \quad \theta = \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\text{AOA} = \text{ángulo de ataque} = \alpha_1 - \gamma \rightarrow \text{!} \rightarrow$$

79

## Análisis en la línea media

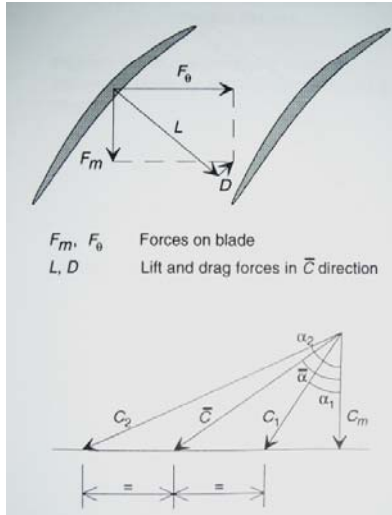


**$\gamma$  ... aquí NO es la relación de calores específicos sino el ángulo de calado**

80



## Análisis en la línea media



Históricamente, el análisis de la rejilla ha sido expresado o en términos del coeficiente de pérdidas de presión ( $K_{R,S}$ ) o en términos del coeficiente de arrastre y sustentación que a su vez se expresan en función de las fuerzas  $L$  y  $D$ :

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho l \bar{C}^2} \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho l \bar{C}^2}$$

$$\bar{C} = \frac{C_x}{\cos \alpha_\infty} \quad \tan \alpha_\infty = \frac{1}{2}(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)$$

81

## Carga del Escalonamiento. Rejilla del Compresor y el Perfil

Los parámetros adimensionales que indican la calidad del perfil aerodinámico son  $C_L$  y  $C_D$ . El estudio del desempeño aerodinámico del álabe en conjunto con el triángulo de velocidades es lo realmente importante, por ello resulta altamente favorable expresar estos factores en términos de  $\phi$  y  $\psi$ :

Sustentación:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho W_m^2 l \times 1}$$

Arrastre o Resistencia:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho W_m^2 l \times 1}$$

Se obtiene fácilmente:  $\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}$

Al sustituir:

$$Y = \frac{1}{2}\rho w_m^2 l C_L \cos \beta_m \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \tan \beta_m\right) = \frac{1}{2}\rho c_x^2 l C_L \sec \beta_m \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \tan \beta_m\right)$$

## Carga del Escalonamiento en forma adimensional

O de otra forma:

$$Y = \frac{1}{2} \rho c_x^2 l \sec \beta_m (C_L + C_D \tan \beta_m)$$

El trabajo realizado por cada álabe móvil en un segundo es:

$$\therefore \Delta \dot{W} = UY$$

$$YU = \dot{m}(h_{03} - h_{01}) = \rho s C_x (h_{03} - h_{01})$$

Por lo que podemos expresar el coeficiente de carga en función de los coeficientes de sustentación y arrastre:

$$\psi = \frac{h_{03} - h_{01}}{U^2} = \frac{YU}{\rho s c_x U^2} = \frac{c_x l \sec \beta_m}{2sU} (C_L + C_D \tan \beta_m)$$

## Carga del Escalonamiento

También se puede escribir la siguiente expresión:

$$C_L = 2 \frac{s}{l} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \cos \beta_m - C_D \tan \beta_m$$



Por el Triangulo de Velocidad

$$\left( \tan \beta_1 = \frac{1+\psi}{2\phi} \quad \tan \beta_2 = \frac{1-\psi}{2\phi} \quad \tan \beta_m = \frac{1}{2} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2) = \frac{1}{2\phi} \right)$$

$$C_L = 2 \frac{s}{l} \left( \frac{2\psi}{\sqrt{4\phi^2 + 1}} \right) - \frac{C_D}{2\phi}$$

## Relación Coeficiente de sustentación, arrastre

Los parámetros adimensionales que indican la calidad del perfil aerodinámico son  $C_L$  y  $C_D$ . El estudio del desempeño aerodinámico del alabe en conjunto con el ambiente del triángulo de velocidades es lo realmente importante, por esto resulta altamente favorable expresar estos factores en términos de  $\phi$  y  $\psi$ .

$$C_{L\infty} = 2 \frac{t}{l} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \cos \beta_\infty - C_{D\infty} \tan \beta_\infty$$



Por el Triángulo de Velocidad

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \beta_1 = \frac{1+\psi}{2\phi} \quad \tan \beta_2 = \frac{1-\psi}{2\phi} \quad \tan \beta_\infty = \frac{1}{2} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2) = \frac{1}{2\phi} \end{array} \right.$$

$$C_{L\infty} = 2 \frac{t}{l} \left( \frac{2\psi}{\sqrt{4\phi^2 + 1}} \right) - \frac{C_{D\infty}}{2\phi} \quad \text{Coeficiente de Sustentación}$$

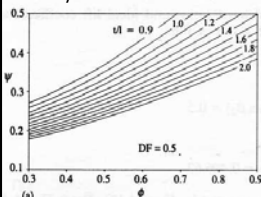
## Coeficiente de sustentación, arrastre y factor de difusión. $R=0,5$

$$C_{D\infty} = \zeta_1 \frac{t}{l} \frac{2\phi(4\phi^2 + (1+\psi)^2)}{(4\phi^2 + 1)^{3/2}} \quad \text{Coeficiente de Arrastre}$$

$$DF = 1 - \sqrt{\frac{4\phi^2 + (1+\psi)^2}{4\phi^2 + (1-\psi)^2}} + \frac{t}{l} \frac{\psi}{\sqrt{4\phi^2 + (1+\psi)^2}} \quad \text{Factor de Difusión}$$

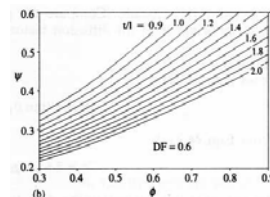
El factor de difusión no debe exceder  $DF = 0.6$ . Un valor modesto  $DF = 0.5$

$$\frac{t}{l} = \frac{1}{\psi} \left\{ \sqrt{4\phi^2 + (1-\psi)^2} - (1-DF) \sqrt{4\phi^2 + (1+\psi)^2} \right\} \quad \text{Relación Paso-Cuerda}$$



Evaluando la ecuación para un amplio rango se puede obtener

**$R=0,5$**



## Carga del Escalonamiento

Según Howell, del estudio de rejillas, fue determinado que  $45^\circ$  corresponde al **valor óptimo del ángulo  $\beta_m$** , debido a que se minimizan las pérdidas:

$$\beta_m \approx 45^\circ$$

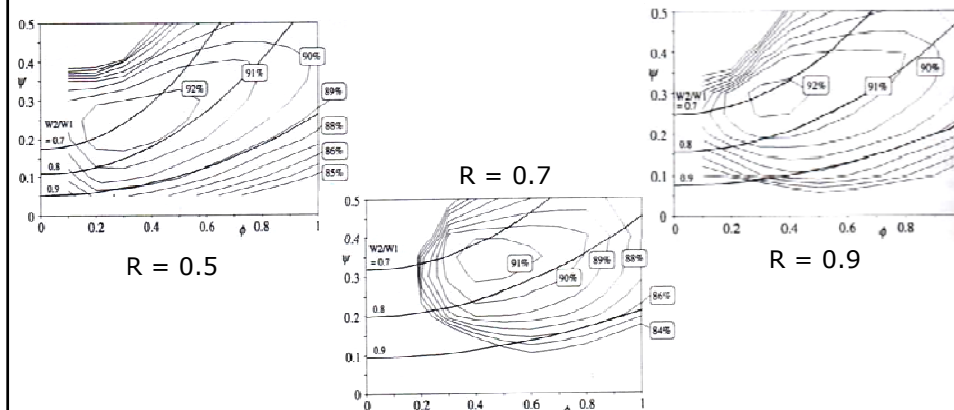
$$C_D \ll C_L$$

El **factor de carga óptimo** para una etapa de un compresor es:

$$\psi_{optimo} = \frac{\phi}{\sqrt{2}} \frac{l}{s} (C_L + C_D)$$

## Carga de la Etapas. Correlaciones experimentales para etapas de Compresores Axiales

M.V. Casey (1987) publicó un método de predicción para el radio medio donde se establece el máximo desempeño para un compresor axial con etapas de igual  $\psi$ . Este estudio arrojó unas gráficas similares al diagrama de Smith para turbinas axiales.



## Correlaciones experimentales para etapas de Compresores Axiales. R=0,5

Comparando estas gráficas con las de Smith: **R=0,5**

	$\phi$	$\psi$	$\eta_{TT}$ (%)
Turbina Axial	0,6	1	94,5
Compresor Axial	0,35	0,25	92,5

Con esta comparación se puede apreciar la influencia de los factores de trabajo y la efectividad de un compresor viene dada por:

**Factor de Flujo ( $\phi$ )** → Capacidad de mover el fluido

**Factor de Carga ( $\psi$ )** → Capacidad de aumentar la presión

**La Eficiencia  $\eta_{tt}$**

Según las tendencias de las curvas de iso-eficiencia se pueden tener etapas de compresores de alto desempeño para:

$$\phi = 0,5 \text{ a } 0,9$$

$$\psi = 0,4 \text{ a } 0,45$$

El factor de carga está acotado entre el máximo y el óptimo según las expresiones:

$$\psi_{optimo} = 0,185 \sqrt{4\phi^2 + 1}$$

$$\psi_{maximo} = 0,32 + 0,2\phi$$

## Selección del factor de Difusión y la relación paso cuerda. R arbitrario

**Para el Rotor**

$$DF_R = 1 - \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} + \frac{\cos \beta_1}{2} \left( \frac{t}{l} \right)_R (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$



$$DF_R = 1 - \sqrt{\frac{\phi^2 + (R - \psi/2)^2}{\phi^2 + (R + \psi/2)^2}} + \frac{1}{2} \left( \frac{t}{l} \right)_R \left[ \frac{\psi}{\sqrt{\phi^2 + (R + \psi/2)^2}} \right]$$

$$\left( \frac{t}{l} \right)_R = \frac{2}{\psi} \sqrt{\phi^2 + \left( R - \frac{\psi}{2} \right)^2} - \frac{2}{\psi} (1 - DF_R) \sqrt{\phi^2 + \left( R - \frac{\psi}{2} \right)^2}$$

## Selección del factor de Difusión y la relación paso cuerda

Para el Estator

$$DF_s = 1 - \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_3} + \frac{\cos \alpha_2}{2} \left( \frac{t}{l} \right)_s (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_3)$$



$$DF_s = 1 - \sqrt{\frac{\phi^2 + (1 - R - \psi/2)^2}{\phi^2 + (1 - R + \psi/2)^2}} + \frac{1}{2} \left( \frac{t}{l} \right)_s \left[ \frac{\psi}{\sqrt{\phi^2 + (1 - R + \psi/2)^2}} \right]$$



$$\left( \frac{t}{l} \right)_s = \frac{2}{\psi} \sqrt{\phi^2 + \left( 1 - R - \frac{\psi}{2} \right)^2} - \frac{2}{\psi} (1 - DF_s) \sqrt{\phi^2 + \left( 1 - R - \frac{\psi}{2} \right)^2}$$

## Selección del perfil óptimo del alabe empleando análisis de flujo en rejillas

Hasta ahora solo se ha considerado la selección de los valores óptimos de  $\psi$  y  $\phi$  y su influencia, en conjunto con el grado de reacción, en los triángulos de velocidad. Para continuar con el esquema presentado al inicio se debe realizar el refinamiento del perfil del alabe para garantizar:

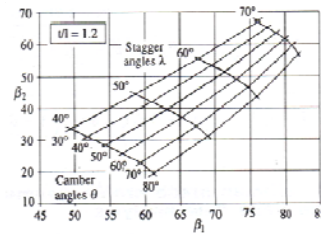
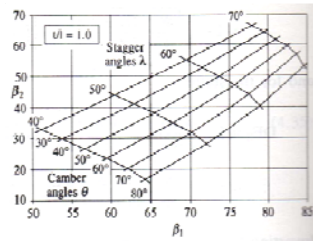
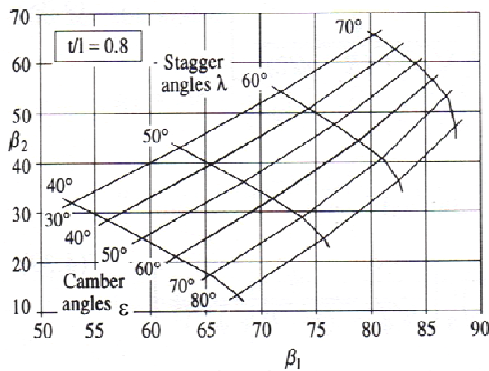
- (1) La correcta deflexión del flujo
- (2) Carga aerodinámica adecuada
- (3) Entrada suave del flujo a la rejilla de álabes

La carga aerodinámica ya fue entendida estudiando el factor de deceleración y la relación paso/cuerda ( $s/l$ : 0.8-1.2).

Los otros factores pueden ser estudiados empleando técnicas de análisis de rejillas. El objetivo de diseño es seleccionar el ángulo de calado  $\alpha$  y el ángulo deflexión  $\varepsilon$  para obtener el ángulo correcto de salida  $\beta_2$  y un flujo libre de choque.

## Selección del perfil óptimo del alabe empleando análisis de flujo en rejillas

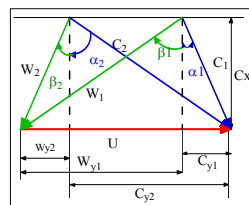
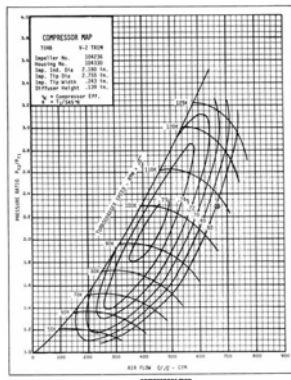
Teniendo ya  $\beta_1$  y  $\beta_2$  definidos se pueden determinar con gran precisión los ángulos  $\lambda$  y  $\varepsilon$  para garantizar flujo libre de choques en la subsecuentes etapas.



## Estimación del Rendimiento de un Compresor

De forma similar a las Turbinas...

$$\text{Trabajo real} = \text{Trabajo ideal} + \text{Pérdidas}$$



$$\text{Pérdidas} = f(\Delta p, \Delta T, Re, Ma, \phi, \text{otros})$$



+ MODELOS

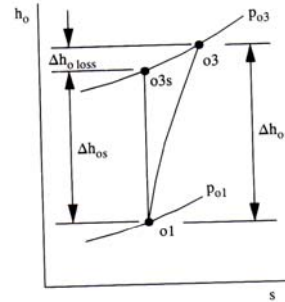
## Eficiencia total-total

Aumento de la entalpía de estancamiento ideal =  $\Delta h_0 = h_{03s} - h_{01}$

$$(\Delta h_0)_{loss} = h_{03} - h_{03s}$$

Actualizando la ecuación de eficiencia  $\eta_{tt}$

$$\eta_{tt} = \frac{h_{03s} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = 1 - \frac{(\Delta h_0)_{loss}}{\Delta h_0} = 1 - \frac{1}{\psi} \left( \frac{(\Delta p_0)_{loss}}{\rho U^2} \right)$$



*Esto es una aproximación válida para flujo compresible si el aumento de T y P en el escalonamiento es pequeño.*

## Eficiencia total-total

La eficiencia total a total puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{\sum \Delta p_0}{\rho \cdot \psi \cdot U^2} = 1 - \frac{\sum \Delta p_0}{\left(\frac{1}{2} \rho \cdot c_x^2\right) \cdot 2\psi / \phi^2} = 1 - \frac{(\zeta_R + \zeta_S) \phi^2}{2\psi}$$

$\zeta_R =$  Coeficiente de pérdidas de presión de estancamiento en el rotor       $\zeta_S =$  Coeficiente de pérdidas de presión de estancamiento en el estator

$$C_D = \frac{s \Delta p_0 \cos(\beta_m)}{\frac{1}{2} \rho C_x^2 l} = \zeta \frac{s}{l} \cos^3 \beta_m$$



## Eficiencia de una Etapa del Compresor

---

HOWELL (1945)  
Realizó una serie de experimentos bases que han sido  
completados por diferentes autores *i.e.*: Carter (1950)  
+  
Modelo de Pérdidas

Define 3 Categorías de Pérdidas:

- ☞ Pérdidas de perfiles sobre las superficies de los álabes
- ☞ Fricción en las paredes anulares
- ☞ Pérdidas secundarias. Todas aquellas que no son ninguna de las anteriores

## Estimación del Rendimiento de un Compresor

---

Como vimos anteriormente podemos calcular el aumento de entalpía de estancamiento por medio de los triángulos de velocidades. Para calcular el aumento de entalpía real se requiere data de pruebas de una rejilla en un túnel de viento para estimar las pérdidas por fricción viscosa en la superficie de los álabes.

**Howell (1945)** subdividió las pérdidas en una rejilla en tres categorías:

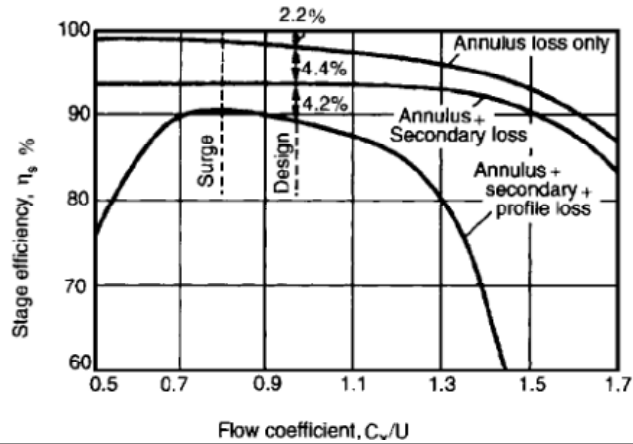
- Pérdidas por el perfil en la superficie de los álabes,  $C_{Dp}$
- Pérdidas de fricción en la pared anular,  $C_{Da}$
- Pérdidas secundarias (todas las demás que no son las dos anteriores),  $C_{Ds}$

Una correlación que se puede utilizar para estimar el **coeficiente de arrastre** de una rejilla es el siguiente:

$$C_D = C_{Dp} + C_{Da} + C_{Ds}$$
$$= C_{Dp} + 0.02 \frac{s}{B} + 0.018 C_L^2$$

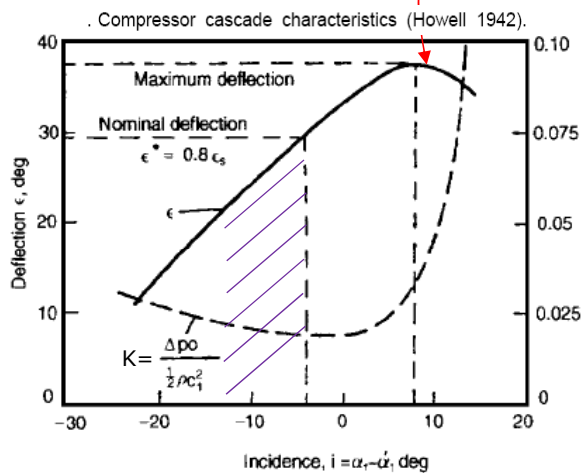
# Estimación del Rendimiento de un Compresor

Importante, observar el peso de cada una de las Pérdidas en función del coeficiente de flujo másico.



# Estimación del Rendimiento de un Compresor

## Pérdidas por perfil



$$\Delta p_0 / \left( \frac{1}{2} \rho c_1^2 \right) = \zeta \cos^2 \alpha_1$$

$s/l = 0.9$   
 $\alpha_1 = 44.5^\circ$   
 $\alpha_2 = -0.5^\circ$   
 $Re = 3 \times 10^6$

Howell establece que la deflexión nominal como 80% de la deflexión de desprendimiento. El Stall o desprendimiento de define cuando se alcanza una incidencia (+) que produce un coeficiente de pérdida el doble del mínimo.

## Análisis en la rejilla de álabes

Howell también estableció que el punto nominal para cualquier rejilla de álabes corresponde, en cuanto al ángulo de deflexión  $\varepsilon$ , al 80% de la deflexión máxima que pueden alcanzar los álabes:

$$\varepsilon_{nominal} = 0.8\varepsilon_{max} = \varepsilon^*$$

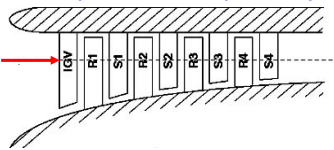
Estableció también que la desviación nominal  $\delta$  se define como:

$$\delta = \frac{m\gamma}{\sigma^{0.5}} \quad \sigma = \frac{l}{s}$$

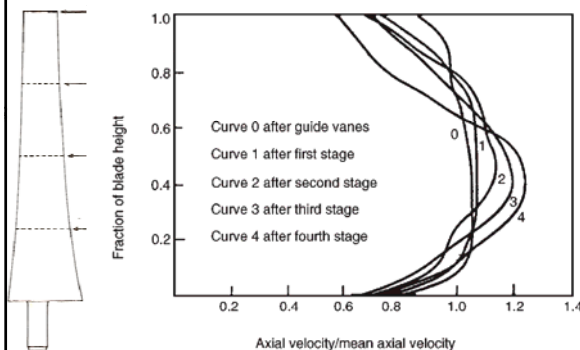
## Estimación del Rendimiento de un Compresor

Hay otros efectos, importantes que hay que considerar:

De etapa en etapa



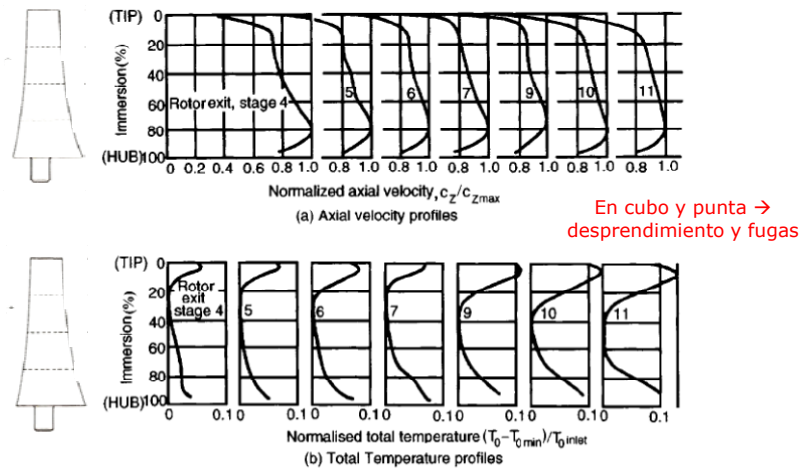
Las capas límite en el cubo y la punta se van haciendo más gruesas rápidamente.



Este efecto produce que el trabajo entregado por el álabe no sea el mismo que el de diseño.

# Estimación del Rendimiento de un Compresor

## Perfil de Velocidad y Temperatura Total

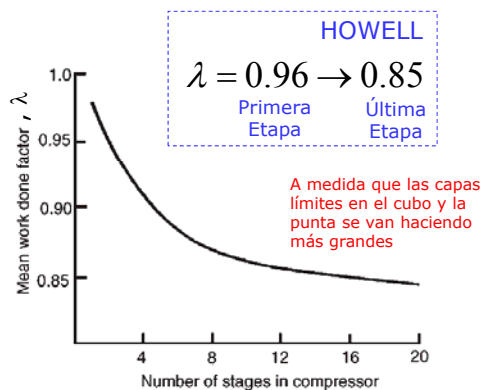


# Estimación del Rendimiento de un Compresor

Para considerar el crecimiento de la capa límite se propone corregir la expresión de Euler con un factor de trabajo:

$$h_{03} - h_{01} = \lambda \cdot U(C_{y2} - C_{y1}) \longrightarrow \lambda = \text{Factor de trabajo realizado}$$

Debido a que el **factor de trabajo realizado** depende del número de etapas, Howell (1950) construye el siguiente gráfico donde se pueden encontrar diferentes valores de  $\lambda$  dependiendo del número de etapas de compresor. El valor leído se aplica a los "N" escalonamientos.



# Ejemplo

La última etapa de un compresor axial con un grado de reacción de 0.5 en el punto de diseño, posee una relación paso/cuerda de 0.9. Un ángulo a la entrada del álabe de  $56.2^\circ$  (relativo), la relación envergadura/cuerda es 2 y el factor de trabajo realizado es 0.86. El compresor opera en su punto de deflexión nominal.

**Determinar:**

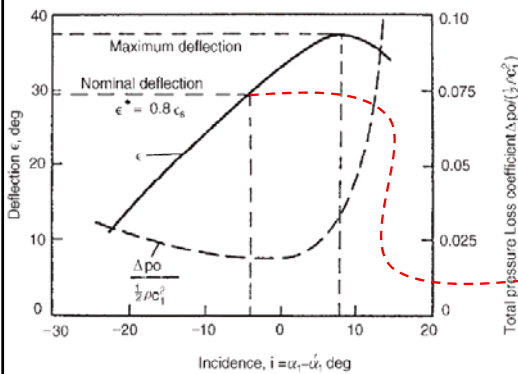
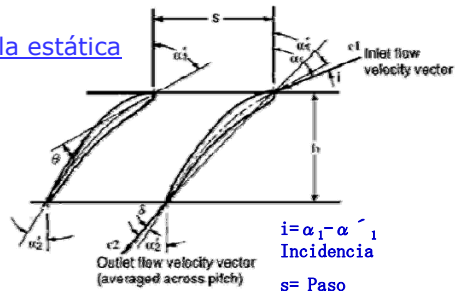
- Los ángulos de entrada y salida del flujo
- El factor de flujo y de carga
- El coeficiente de sustentación en el rotor
- El coeficiente de arrastre global
- La eficiencia de la etapa.

La densidad a la entrada de la etapa es  $3.5 \text{ Kg/m}^3$  y la velocidad del álabe  $242 \text{ m/seg}$ . Suponiendo que la densidad es constante a través de la etapa estimar el aumento de presión estática.

# Ejemplo

**Solución:**

Rejilla estática



$$i = \alpha_1 - \alpha_1'$$

Incidencia

$$s = \text{Paso}$$

$$\epsilon = \alpha_1 - \alpha_2$$

Deflexión

$$\theta = \alpha_1' - \alpha_2'$$

Curvatura

$$\delta = \alpha_2 - \alpha_2'$$

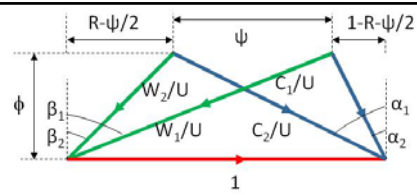
Desviación

Tomando en cuenta que la deflexión nominal es (HOWEL):

$$\epsilon^* = 0.8 \cdot \epsilon_{\max}$$

$$\epsilon^* \approx 30^\circ \quad i^* \approx -4^\circ$$

## Ejemplo



$$\beta_1' = 56.2^\circ \quad \frac{s}{l} = 0.9 \quad \lambda = 0.86$$

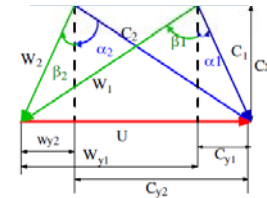
$$\beta_1 = \beta_1' + i = 56.2^\circ + (-4^\circ) = 52.2^\circ$$

Deflexión del flujo en la Rejilla móvil:

$$\varepsilon = \beta_1 - \beta_2$$

Como el grado de reacción es  $R=0.5$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_2 = \alpha_1 = 22.2^\circ \\ \beta_1 = \alpha_2 = 52.2^\circ \end{array} \right.$$



$$\beta_2 = \beta_1 - \varepsilon = 22.2^\circ$$

Ahora podemos calcular los factores de flujo y carga.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{c_x}{U} = \frac{1}{\tan \alpha_1 + \tan \beta_1} = 0.586 \\ \psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = \lambda \cdot \phi \cdot (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) = 0.55 \end{array} \right.$$

## Ejemplo

El coeficiente de sustentación puede ser estimado con la siguiente correlación, ignorando el pequeño efecto de el arrastre.

$$\longrightarrow C_L = 2(s/l) \cos \beta_m (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$

$$\beta_m = a \tan \left[ \frac{(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)}{2} \right] = 49.68^\circ \longrightarrow C_L = 1.322$$

A continuación se obtiene el coeficiente de arrastre global por Howell:

$$K_R = \left( \frac{\Delta p_{0,rel}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot W_1^2} \right) = 0.02 \quad \text{Coeficiente de pérdida de presión en el rotor}$$

Coeficiente de arrastre del perfil:

$$C_{Dp} = \frac{s}{l} \cdot K_R \cdot \frac{\cos^3 \beta_m}{\cos^2 \beta_1} \longrightarrow C_{Dp} = 0.019$$

## Ejemplo

$$C_{Da} = 0.02(s/l)(l/B) = 0.009 \quad \text{Coeficiente de arrastre debido a fricción en pared anular}$$

$$C_{Ds} = 0.018C_L^2 = 0.031 \quad \text{Coeficiente de arrastre debido a pérdidas secundarias}$$

$$C_D = C_{Dp} + C_{Da} + C_{Ds} = 0.061 \quad \text{Coeficiente de arrastre general. Como el grado de reacción es 0.5, es el mismo coeficiente para el rotor y el estator.}$$

## Ejemplo

La eficiencia total a total puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{\sum \Delta p_0}{\rho \cdot \psi \cdot U^2} = 1 - \frac{\sum \Delta p_{0 \text{ pérdidas}}}{\left(\frac{1}{2} \rho \cdot c_x^2\right) \cdot 2\psi / \phi^2} = 1 - \frac{(\zeta_R + \zeta_S) \phi^2}{2\psi}$$

$$\zeta_R = \text{Coeficiente de pérdidas de presión de estancamiento en el rotor} \quad \zeta_S = \text{Coeficiente de pérdidas de presión de estancamiento en el estator}$$

$$C_D = \frac{s \Delta p_0 \cos(\alpha_m)}{\frac{1}{2} \rho C_x^2 l} = \zeta \frac{s}{l} \cos^3 \alpha_m \longrightarrow \zeta_R = \zeta_S = (l/s) C_D \sec^3 \alpha_m$$

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{\phi^2 C_D (l/s)}{\psi \cos^3 \beta_m} = 0.872$$

El aumento de presión estática es:

$$\Delta p \approx \eta_{tt} \psi \rho U^2 = 100 \text{ kPa}$$

## Ejemplo

La última etapa de un compresor axial con un grado de reacción de 0.5 en el punto de diseño, posee una relación paso cuerda de 0.9. Un ángulo a la entrada del álabe de 44.5deg y a la salida de 0.5deg, la relación altura cuerda es de 2 y un factor de trabajo hecho de 0.86 cuando la incidencia relativa es de 0.4.

Determinar:

$$\frac{i - i^*}{\varepsilon^*} = 0.4$$

- Incidencia y deflexión nominal.
- Los ángulos de entrada y salida de los álaves del rotor. *Incidencia relativa.*
- El factor de flujo y de carga
- El coeficiente de sustentación en el rotor
- El coeficiente de arrastre overall
- la eficiencia de la etapa.

La densidad a la entrada de la etapa es 3.5Kg/m<sup>3</sup> y la velocidad del álabe 242m/seg. Suponiendo que la densidad es constante a través de la etapa estimar el aumento de presión.

## Ejemplo

Solución:

$$\theta = \beta'_2 - \beta'_1 = 44.5 - (-0.5) = 45 \text{ deg}$$

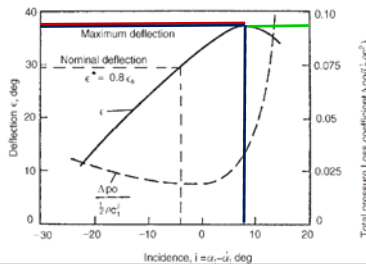
Deflexión del esqueleto del álabe (curvatura).

$$\frac{s}{l} = 0.9$$

$$\delta^* = \left[ 0.23 + \frac{\beta_2^*}{500} \right] \theta \left( \frac{s}{l} \right)^{0.5} \longrightarrow \delta^* = 10.69 \text{ deg}$$

$$\beta_2^* = 10.2 \text{ deg}$$

$$\beta_2^* = \delta^* + \beta'_2 = \delta^* - 0.5$$



Tomando en cuenta que la deflexión nominal es:  $\varepsilon^* = 0.8 \cdot \varepsilon^*_{max}$

$$\varepsilon^*_{max} = 37.5 \text{ deg} \quad \text{Línea roja}$$

$$\varepsilon^* = 30 \text{ deg}$$



## Ejemplo

$$i^* = \beta_2^* + \varepsilon^* - \beta_1' = 10.2 + 30 - 44.5 = -4.3 \text{ deg}$$

$$i = 0.4\varepsilon^* + i^* = 7.7 \text{ deg} \longrightarrow \varepsilon = 37.5 \text{ deg} \quad \text{Ver grafica de diapositiva anterior, línea azul.}$$

$$\beta_1 = \beta_1' + i = 52.2 \text{ deg} \longrightarrow \beta_2 = \beta_1 - \varepsilon = 14.7 \text{ deg}$$

$$\beta_2 = \alpha_1 = 52.2 \text{ deg}$$

Como el grado de reacción es 0.5  $\longrightarrow$

$$\beta_1 = \alpha_2 = 14.7 \text{ deg}$$

Ahora podemos calcular los factores de flujo y carga.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{c_x}{U} = \frac{1}{\tan \alpha_1 + \tan \beta_1} = 0.644 \\ \psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = \lambda \cdot \phi \cdot (\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) = 0.568 \end{array} \right.$$

## Ejemplo

El coeficiente de sustentación puede ser estimado con la siguiente correlación, ignorando el pequeño efecto de el arrastre.

$$\longrightarrow C_L = 2(s/l) \cos \beta_m (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$

$$\beta_m = \frac{(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)}{2} = 37.8 \text{ deg} \longrightarrow C_L = 1.46$$

Ver gráfico dos diapositivas atrás línea verde

$$C_{Dp} = \frac{s}{l} \cdot \left( \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w_1^2} \right) \cdot \frac{\cos^3 \beta_m}{\cos^2 \beta_1} \quad i = 7.7 \text{ deg} \longrightarrow \left( \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w_1^2} \right) = 0.032$$

$$C_{Dp} = 0.038 \quad \text{del perfil} \quad C_{Da} = 0.02(s/l)(l/H) = 0.009 \quad \text{de la pared anular}$$

$$C_{Ds} = 0.018C_L^2 = 0.038 \quad \text{debido a pérdidas secundarias.}$$

$$C_D = C_{Dp} + C_{Da} + C_{Ds} = 0.084 \quad \text{Coeficiente de arrastre general, como el grado de reacción es 0.5 es el mismo para el rotor y el estator.}$$

## Ejemplo

La eficiencia total a total puede ser escrita de la siguiente forma.  $\longrightarrow$

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{\sum \Delta p_0}{\rho \cdot \psi \cdot U^2} = 1 - \frac{\sum \Delta p_0}{\left(\frac{1}{2} \rho \cdot c_x^2\right) \cdot 2\psi / \phi^2} = 1 - \frac{(\zeta_R + \zeta_S) \phi^2}{2\psi}$$

$$\zeta_R = \begin{array}{l} \text{Coeficiente de pérdidas de} \\ \text{presión de estancamiento} \\ \text{en el rotor} \end{array} \quad \zeta_S = \begin{array}{l} \text{Coeficiente de pérdidas de} \\ \text{presión de estancamiento} \\ \text{en el estator} \end{array}$$

$$C_D = \frac{s \Delta p_0 \cos \alpha_m}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l} = \zeta \frac{s}{l} \cos^3 \alpha_m \quad \longrightarrow \quad \zeta_R = \zeta_S = (l/s) C_D \sec^3 \alpha_m$$

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{\phi^2 C_D (l/s)}{\psi \cos^3 \alpha_m} = 0.862$$

El aumento de presión es:

$$\Delta p = \eta_{tt} \psi \rho U^2 = 100 \text{ kPa}$$